



ce
pre
UNI

CICLO
PREUNIVERSITARIO
2024-1

Aritmética

TEMA

Tanto por cuanto y Reparto Proporcional



REGLA DEL TANTO POR CUANTO

BREVE HISTORIA DEL TANTO POR CIENTO

En el antiguo imperio romano el emperador Augusto estableció un sistema de impuestos en el que se dictaba que había que pagar el $\frac{1}{100}$ sobre los bienes vendidos en subastas. Ya entonces para facilitar los cálculos utilizaban fracciones simplificadas a las centenas.

En la edad media, a medida que se empezó a usar grandes denominaciones de dinero, el 100 se convirtió en una base comúnmente utilizada.

El concepto de porcentaje ya era una herramienta de análisis en el siglo XV que tenía aplicación a la hora de calcular impuestos e intereses.

Manuscritos italianos del siglo 15 contenían expresiones como "20 p 100" y "10 p cento" para indicar 20 por ciento y 10 por ciento. Cuando la aritmética comercial apareció al final del siglo 15, el uso del porcentaje estaba ya bien establecido. Por ejemplo, Ergio Chirinola (1481) usó "xx. per .c." para el 20 por ciento y "viii in x percento" para 8 a 10 por ciento.

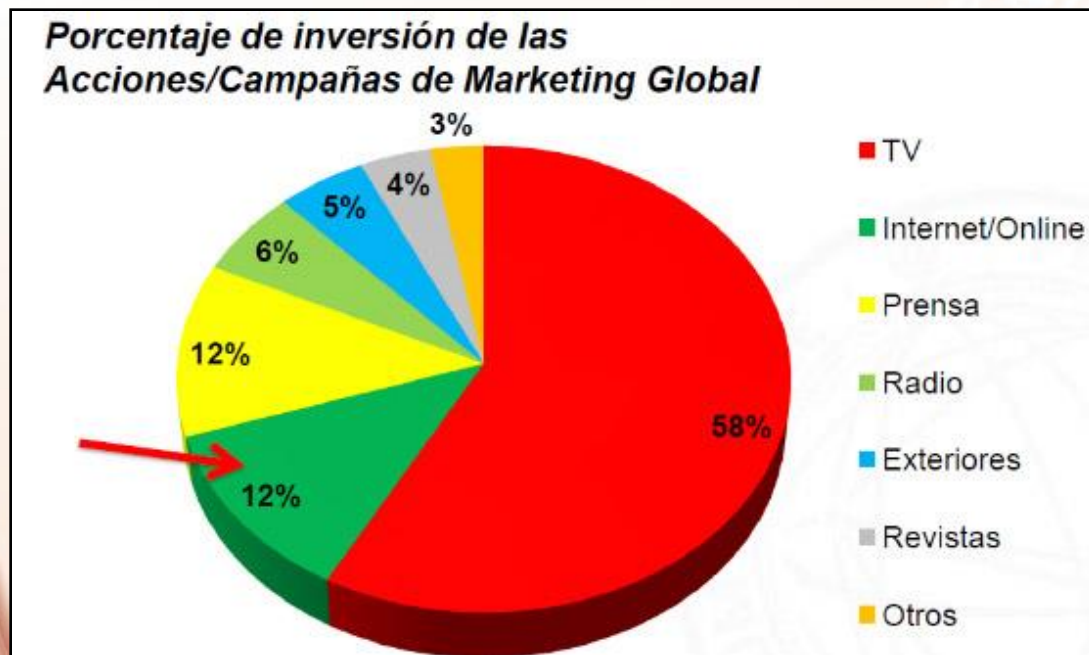
El símbolo de porcentaje, evoluciono, de un símbolo introducido en un manuscrito anónimo de 1425, en lugar de "P cento", que era común en ese tiempo, a transformarse (en el siglo XVIII) en el símbolo que actualmente utilizamos (%).

Símbolo del siglo XV

Símbolo del siglo XVII

Símbolo del siglo XVIII

¿DONDE EMPLEAMOS PORCENTAJE?

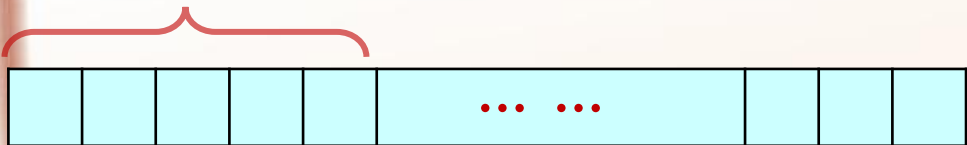


TANTO POR CUANTO

Es cuando se divide un Total en una determinada cantidad de partes iguales (**cuanto**) y de ellas tomamos una cierta cantidad de partes que se nos indique (**tanto**).

Es decir: Si una cantidad N se divide en **n** partes iguales (cuanto) y se toman **m** partes (tanto), entonces se dice que estamos tomando el **m por n** de dicha cantidad.

"m" partes



"n" partes iguales

Es decir:

$$\text{m por n de N} = \frac{m}{n} (N)$$

Ejemplo:

$$5 \text{ por } 7 \text{ de } 560 = \frac{5}{7} (560) = 400$$

$$17 \text{ por } 65 \text{ de } 1300 = \frac{17}{65} (1300) = 340$$

Generalmente al decir **por** nos indica división y **de, del y de los** nos indicara un producto.

APLICACION 01.

En un descuido perdí los 12 por 55 de la cantidad de canicas que poseía, quedándome con tan solo el (n-80) por 37 de la cantidad de canicas que no perdí. Calcule el valor de n, e indique la suma de sus cifras.

Resolución:

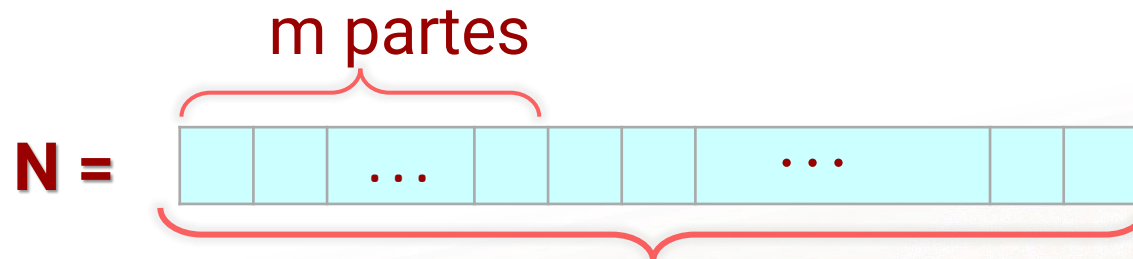
Sea C el numero de canicas inicial:

$$\text{Queda} = \frac{\cancel{43}}{\cancel{55}} C = \frac{(n - 80)}{37} \times \left(\frac{\cancel{43}}{\cancel{55}} C \right)$$

Por lo tanto: $n = 117$

CASOS PARTICULARES DEL TANTO POR CUANTO

1. **TANTO POR CIENTO (%)**: En este caso el cuanto es 100 ($n = 100$)



1 parte $\leftrightarrow \frac{1}{100} \cdot N \leftrightarrow 1\% N$

20 partes $\leftrightarrow \frac{20}{100} N \leftrightarrow 20\% N$

En General: $m\% \text{ de } N = \frac{m}{100} \cdot (N)$

$$\frac{1}{100} \leftrightarrow \%$$

$$100\% \leftrightarrow 1$$

$$N = 100\% N$$

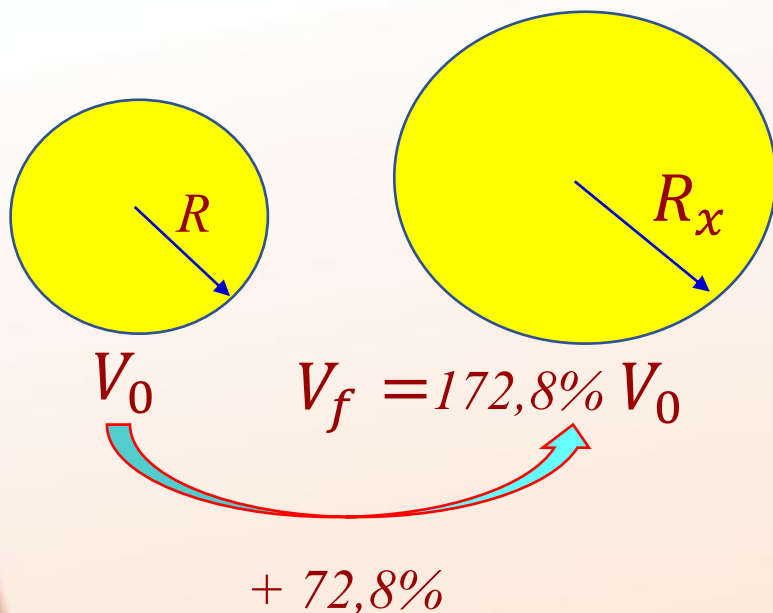
Ejemplo: $15\% \text{ de } 320 = \frac{15}{100} \cdot (320) = 48$

Aplicación 02.

Una pelota aumenta su volumen en 72.8%, luego su radio aumenta en un porcentaje de:

Resolución:

Sabemos que el volumen de una esfera es: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = K \cdot r^3$
K: constante



$$\frac{V_f}{K(R_x)^3} = 172,8\% \frac{V_0}{KR^3}$$

$$R_x = 1,2 R$$

El radio aumento en 0,2. R

$$\frac{0,02R}{R} \times 100\% = 20\%$$

→ el radio aumenta en 20%

2. TANTO POR MIL (0/00): En este caso el cuanto es 1 000 ($n = 1\ 000$)

$$m \text{ ‰ de } N = \frac{m}{1\ 000} (N)$$

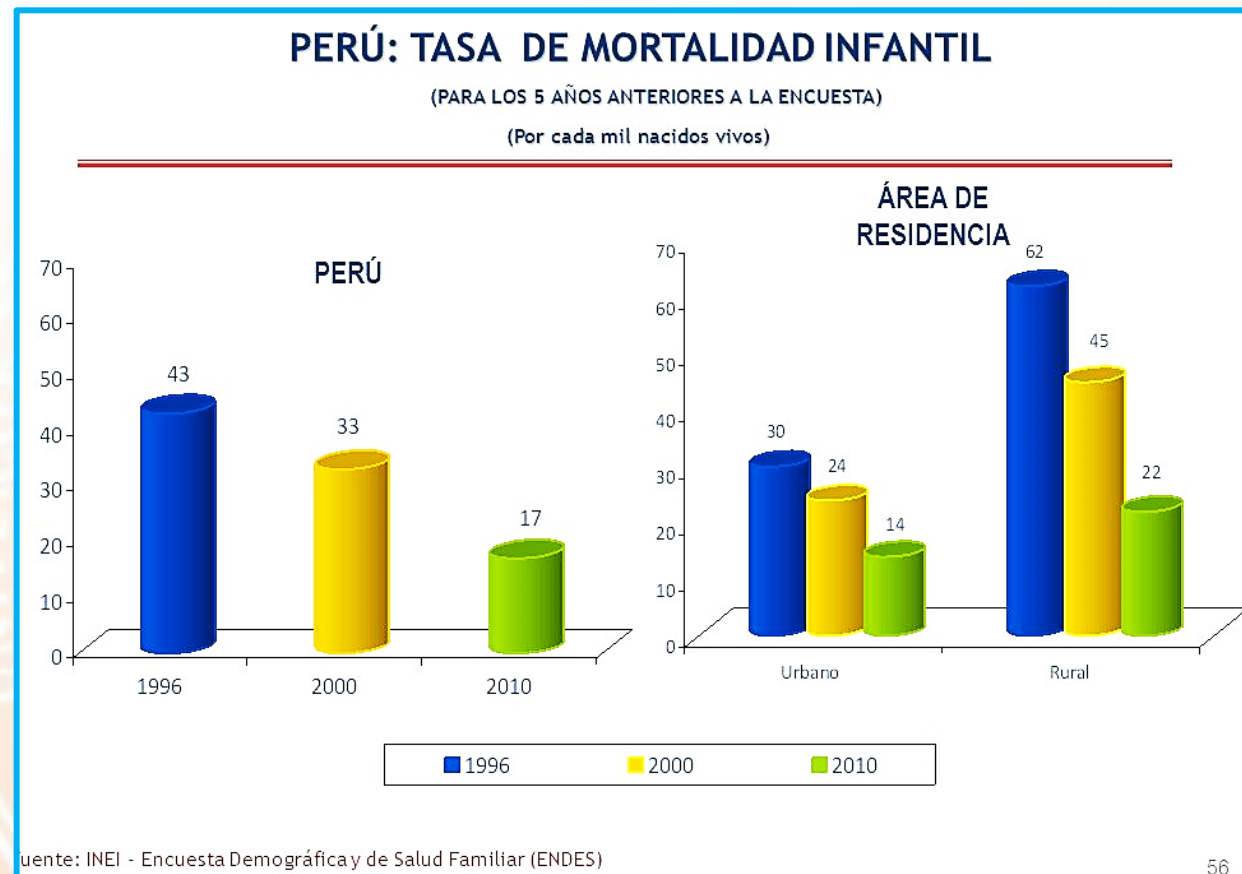
(el total se divide en **1 000** partes y de ellas se toman **m** partes)

Ejemplos:

$$15 \text{ ‰ de } 3\ 600 = \frac{15}{1\ 000} (3\ 600) = 54$$

$$18 \text{ ‰ de } 400 = \frac{18}{1\ 000} (400) = 7,2$$

$$240 \text{ ‰ de } 2\ 500 = \frac{240}{1\ 000} (2\ 500) = 600$$



Aplicación 03.

En una actividad cultural en la UNI asisten 15 000 personas, cuando faltan 15 minutos para el final se retiran el 87% de las mujeres y el 12% de los hombres. Si el 12% de los que quedan es igual a la cantidad de mujeres que quedaron. ¿Cuántas mujeres se retiraron?

Resolución:

INICIO

$$H \xrightarrow{-12\%} 88\%H$$

$$M \xrightarrow{-87\%} 13\%M$$

15 000

El 12% de los que quedan es igual a la cantidad de mujeres que quedaron.

$$12\%(88\%H + 13\%M) = 13\%M$$

$$\rightarrow \frac{H}{M} = \frac{13}{12} \quad \left\{ \begin{array}{l} H = 13k \\ M = 12k \end{array} \right.$$

$$H + M = 15\,000 \rightarrow K = 600$$

$$25k$$

$$H = 7\,800 ; M = 7\,200$$

Nos piden la cantidad de mujeres que se retiraron

$$87\% (M) = 6\,264$$

Se retiran 6 264 mujeres

3. PARTES POR MILLÓN (PPM):

En este caso el cuanto es un millón ($n = 1\ 000\ 000$)

$$X \text{ ppm de } N = \frac{x}{1\ 000\ 000} (N)$$

(el total se divide en **1 000 000** partes y de ellas se toman **x** partes)

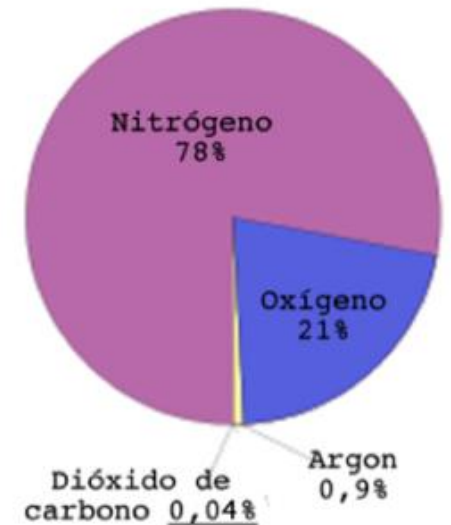
Ejemplo:

$$18 \text{ ppm de } 64\ 000 = \frac{18}{1\ 000\ 000} (64\ 000) = 1,152$$

$$400 \text{ ppm de } 8\ 000 = \frac{400}{1\ 000\ 000} (8\ 000) = 3,2$$

Nitrógeno: 780.000 ppm
Oxígeno: 210.000 ppm
Argon: 9.000 ppm
CO₂: 400 ppm
CH₄: 2 ppm

H₂O: entre 0 y 40.000 ppm



Composición del aire

Aplicación 04.

Luego de instalar las tuberías de agua fría en un Hospital en construcción, se le debe de inyectar durante 2 horas una solución clorada que contenga 50 ppm de cloro residual, con la finalidad de desinfectar las tuberías; y para dicho trabajo se utilizó un concentrado al 6% de cloro residual. Si el volumen necesario para llenar las tuberías es de 3 m³ de agua, ¿qué volumen de este concentrado se requiere?

Resolución:

Por dato se tiene una solución clorada al 6% de cloro residual.

Sea V el volumen, en litros, de dicha solución clorada, necesario para obtener una mezcla de 3 000 litros de agua para desinfección de las tuberías con una concentración de 50 ppm.

Entonces:

$$\frac{6\% \cdot V}{3\,000} = \frac{50}{1\,000\,000}$$



$$V = 2,5 \text{ Litros}$$

ALGUNAS EQUIVALENCIAS NOTABLES

Porcentaje	Fracción	Decimal	Porcentaje	Fracción	Decimal
1%	$\frac{1}{100}$	0,01	60%	$\frac{3}{5}$	0,60
10%	$\frac{1}{10}$	0,10	75%	$\frac{3}{4}$	0,75
20%	$\frac{1}{5}$	0,20	80%	$\frac{4}{5}$	0,80
25%	$\frac{1}{4}$	0,25	100%	1	1,00
33, $\hat{3}$ %	$\frac{1}{3}$	0, $\hat{3}$	125%	$\frac{5}{4}$	1,25
50%	$\frac{1}{2}$	0,50	200%	2	2,00

Recuerda:

Toda cantidad N representa el 100% de si misma

Es decir:

$$N = 1 \cdot N$$

$$N = 100\% N$$

OPERACIONES CON PORCENTAJES

1. Porcentajes Semejantes.

Se refiere a la suma o resta de porcentajes referidos a la misma cantidad.

$$I. a\%N + b\%N = (a+b)\%N$$

$$II. a\%N - b\%N = (a-b)\%N$$

Ejemplos:

- $20\%(140) + 12\%(140) = 32\%(140) = \frac{32}{100}(140) = 44.8$
- $17\%(N) - 30\%(N) + \underbrace{2(N)}_{200\%(N)} = 187\%(N)$

OBSERVACIÓN:

$$A\%B = B\%A$$

2. Porcentajes de Porcentajes.

$$a\% \text{ del } b\% \text{ del } c\% \text{ de } N = \left(\frac{a}{100}\right) \times \left(\frac{b}{100}\right) \times \left(\frac{c}{100}\right) \times (N)$$

Ejemplo:

$$20\% \text{ del } 30\% \text{ del } 15\% \text{ de } 3\,000 = \frac{20}{100} \times \frac{30}{100} \times \frac{15}{100} \times (3\,000) = 27$$

3. Comparación Porcentual.

Parte de un total como tanto por ciento.

$$\left(\frac{\text{parte}}{\text{total}} \right) \times 100\%$$

Ejemplo:

Total (T) = 20

Hombres (H) = 12

Mujeres (M) = 8

- ¿Qué porcentaje son los Hombres? Rpta: $\frac{12}{20} \times (100\%) = 60\%$
- ¿Qué porcentaje del número de Mujeres representa el número de Hombres?

Rpta: $\frac{12}{8} \times (100\%) = 150\%$

OBSERVACIONES:

PIERDO

QUEDA

10% → 90%
20% → 80%
x% → (100-x)%

GANO

QUEDA

10% → 110%
20% → 120%
x% → (100+x)%

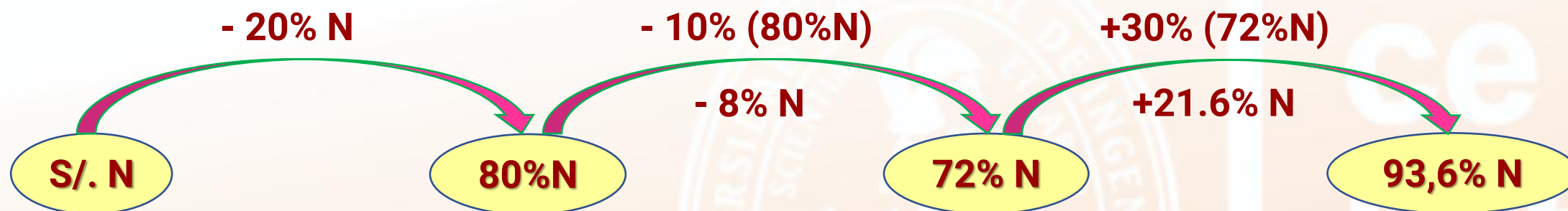
3. Porcentajes Sucesivos.

Se refiere a porcentajes realizados uno tras otro sobre cantidades que van quedando de manera sucesiva.

Ejemplo:

Oscar va a una casa de juegos con N soles. En un primer juego pierde el 20% de lo que llevo. En un segundo juego pierde el 10% de lo que le quedaba y finalmente en un tercer juego logra ganar 30% de lo que le quedaba. Oscar ¿gano o perdió y que porcentaje?

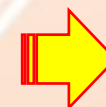
Resolución:



Conclusión: Se perdió = $N - 93,6\% N = 6,4\% N$

Método práctico: Anteponiendo factores aumentando o disminuyendo sobre 100% según sea el caso.

$$\text{Cantidad Final} = N \times (80\%) \times (90\%) \times (130\%) = 93,6\% N$$

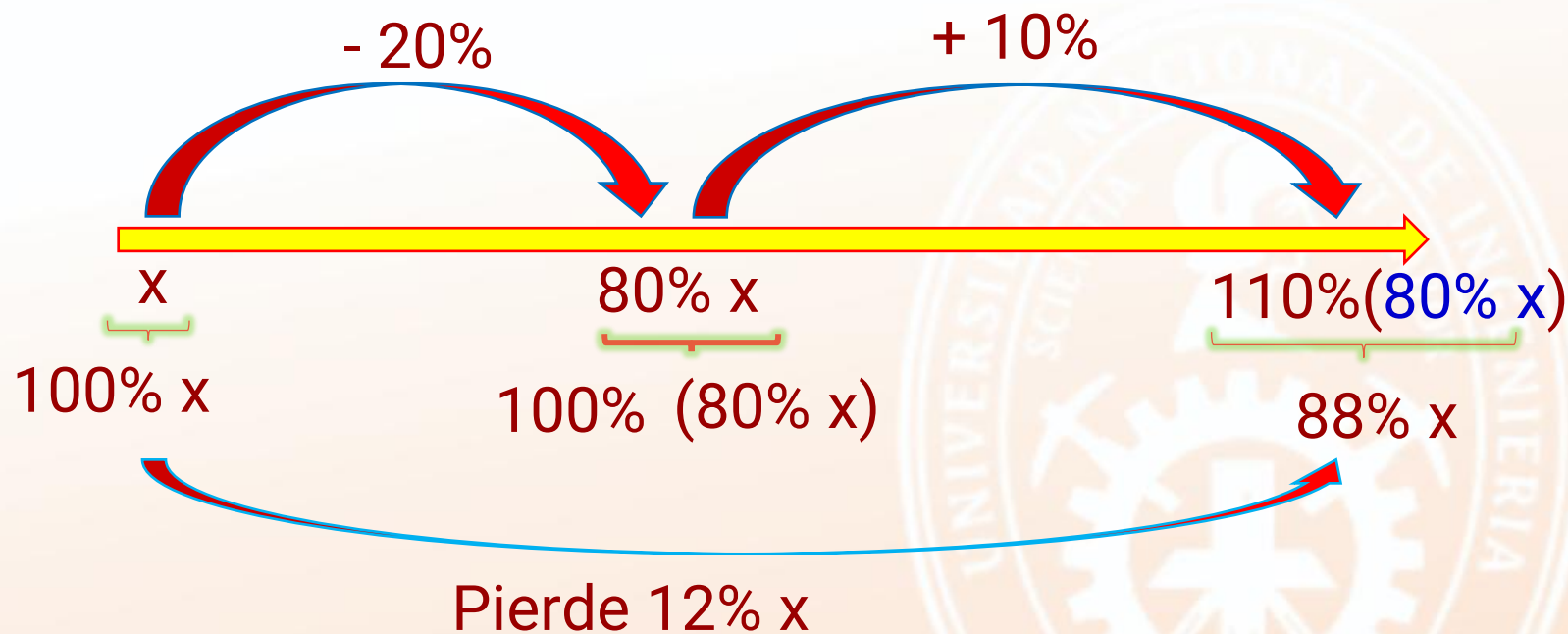


Pierde **6,4% N**

Aplicación 05.

Si gastara el 20% del dinero que tengo y ganara el 10% de lo que me quedaría, perdería S/. 840. ¿Cuánto dinero tengo?

Resolución: Al inicio tengo S/. x



$$12\% x = 840 \rightarrow \mathbf{X = 7\ 000}$$

APLICACIÓN A LOS AUMENTOS Y DESCUENTOS SUCESIVOS

❖ DESCUENTO ÚNICO EQUIVALENTE

Calcule el descuento único equivalente que se obtiene al realizar dos descuentos sucesivos del $a\%$ y $b\%$

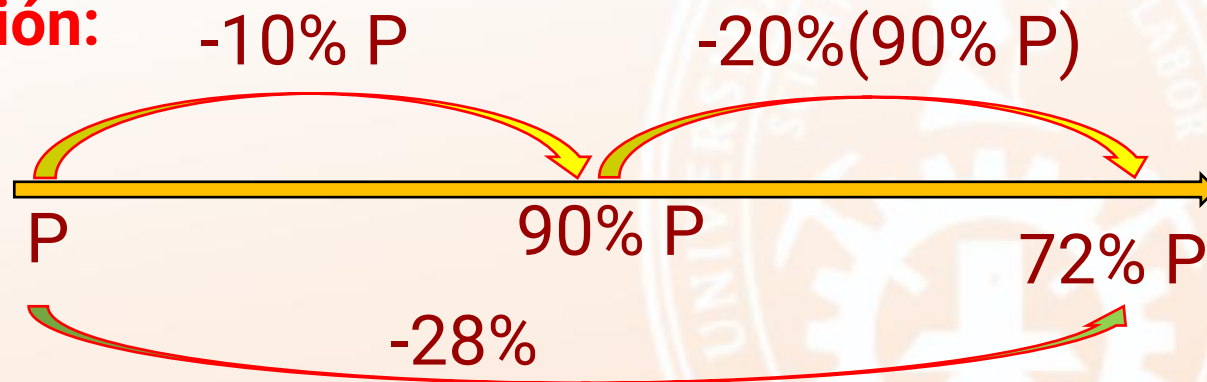
El descuento único equivalente es :

$$D_u = \left(a + b - \frac{a \cdot b}{100} \right) \%$$

Ejemplo:

Calcule el descuento único equivalente que se obtiene al realizar dos descuentos sucesivos del 10% y 20%

Resolución:



El descuento único equivalente es del **28%**

También:

Por Formula:
$$D_u = \left(10 + 20 - \frac{10 \cdot 20}{100} \right) \% = \mathbf{28\%}$$

❖ AUMENTO ÚNICO EQUIVALENTE

Calcule el aumento único equivalente que se obtiene al realizar dos aumentos sucesivos del $a\%$ y $b\%$

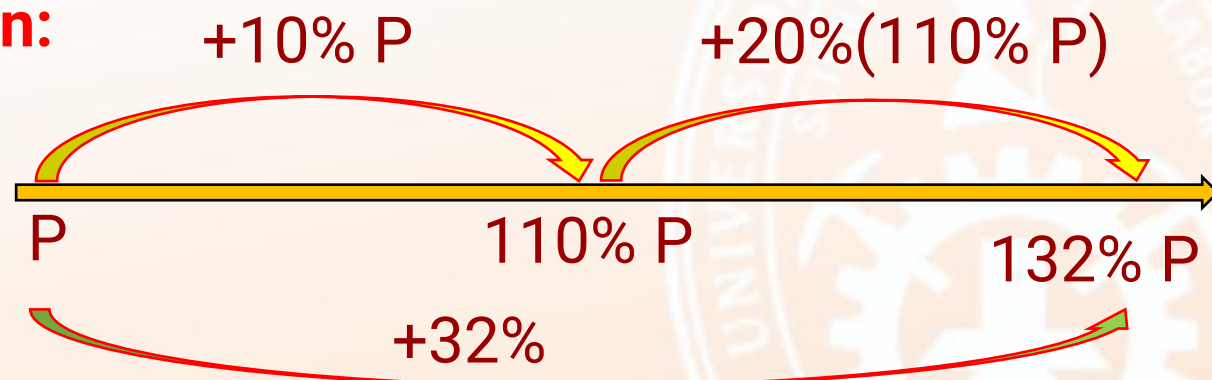
El aumento único equivalente es :

$$A_u = \left(a + b + \frac{a \cdot b}{100} \right) \%$$

Ejemplo:

Calcule el aumento único equivalente que se obtiene al realizar dos aumentos sucesivos del 10% y 20%

Resolución:



El aumento único equivalente es del 32%

También:

Por Formula:
$$A_u = \left(10 + 20 + \frac{10 \cdot 20}{100} \right) \% = 32\%$$

APLICACIONES COMERCIALES

1. SI HAY GANANCIA

$$P_v = P_c + G$$

P_c : precio de costo

P_v : precio de venta

G : Ganancia

P_E : Pérdida

2. SI HAY PÉRDIDA

$$P_v = P_c - P_E$$

*Cuando no se especifica se asume que se gana o pierde **respecto** al precio de costo.*

3. GANANCIA CUANDO HAY GASTOS

$$G_{neta} = G_{bruta} - \text{Gastos}$$

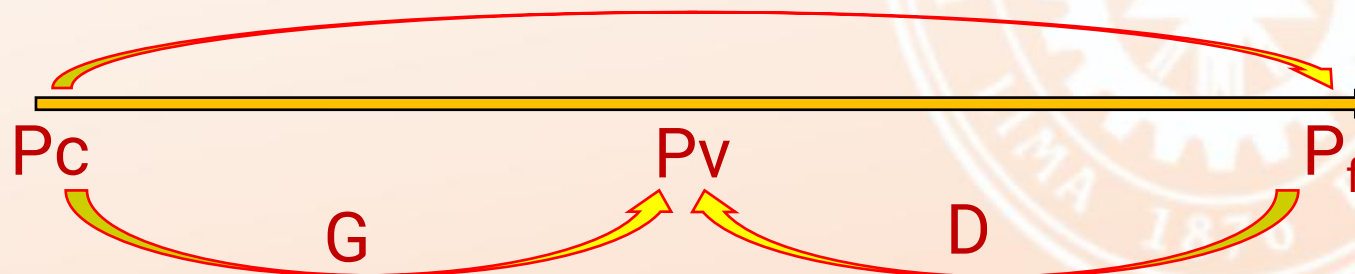
$$G_{bruta} = G_{neta} + \text{Gastos}$$

4. CUANDO HAY REBAJAS

$$P_v = P_f - D$$

P_f : Precio fijado o precio de lista

D : Descuento



Cuando no se especifica se asume que se descuenta respecto del precio fijado

Aplicación 06.

Un comerciante compra un artefacto a S/. 1 600. ¿A qué precio debe vender dicho artefacto para ganar el 10% del precio de costo más el 20 % del precio de venta?

Resolución:

De los datos tenemos: $P_c = 1\ 600$; $G = 10\%P_c + 20\%P_v$

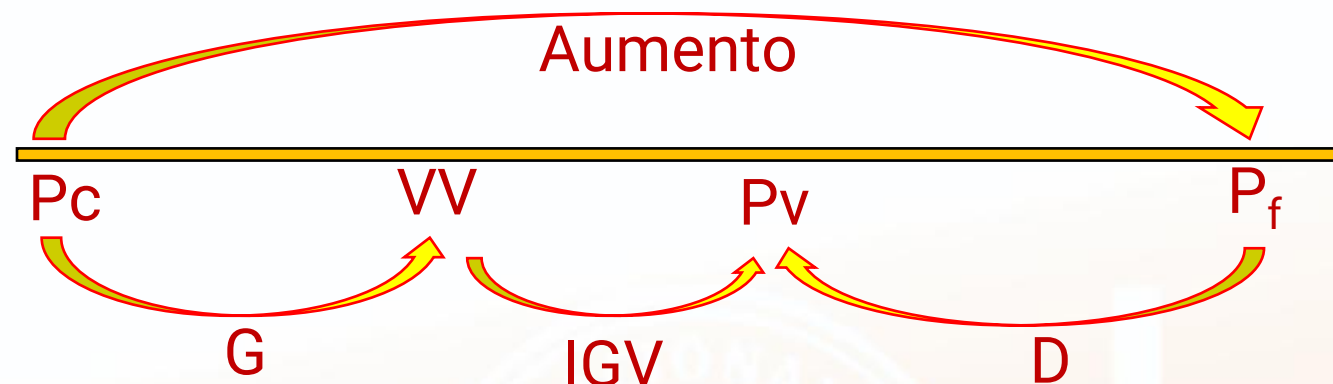
$$P_v = P_c + \underbrace{G}_{10\%P_c + 20\%P_v} \rightarrow 80\%P_v = 110\% \underbrace{P_c}_{1\ 600}$$

➡ $P_v = 2\ 200$

Se vende a S/. 2 200

APLICACIONES COMERCIALES CON IGV

IDEA GRÁFICA:



$$VV = Pc + G$$

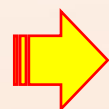
VV : Valor de venta

$$Pv = VV + IGV$$

IGV : Impuesto General a las Ventas

Como en Perú el IGV es 18%, se tendría:

$$Pv = VV + 18\% VV$$



$$Pv = 1,18 \times VV$$

$$Pv = 1,18 \times (Pc + G)$$

CASO REAL DE VENTA CON IGV

PLAZAVEA - SUPERMERCADOS PERUANOS S.A.		
RUC 20100070970 - Morelli 181 P-2 Lima		
Lima - San Borja		
BOLETA DE VENTA ELECTRONICA		
BA94-02834474		
CAJERO	:	49
7750182000796	CC	2.25L
2 X		5.29
933931 REBAJA PUBLICADA TOH -		10.58
7750236000246 I.KOLA 2.25L		1.20-
933920 REBAJA PUBLICADA TOH -		5.29
		0.60-
TOTAL DESCUENTO		1.80
SUBTOTAL	S/.	14.07
3 UNIDAD(ES)		

OP. GRAVADA	V V	11.92
I.G.V.	S/.	2.15
IMPORTE TOTAL	S/.	14.07
TOTAL A PAGAR	S/.	14.07
CATORCE Y 7/100 NUEVOS SOLES		
TC OH! ON		14.07
5339*****3248		
VUELTO		0.00

PF=15.87

D=1.80

P_v

Transacción
con el cliente

VV

18% VV

P_v

Actividad del
comerciante

$$P_v = 1,18 \times VV$$

$$VV = \frac{14,07}{1,18} = 11,92$$

Aplicación 07.

Para fijar el precio de un televisor, un comerciante aumenta el costo en 50%; si en la venta hace una rebaja del 10%, cual es la ganancia obtenida por el comerciante sabiendo que el costo fue de 1 000 soles y se vendió el artefacto con los impuestos respectivos.

Resolución:

Según la condición del problema: $P_f = 1\,000 + 50\%(1\,000) = 1\,500$

$$D = 10\%(1\,500) = 150 \quad \Rightarrow \quad P_v = 1\,500 - 150 = 1\,350$$

Luego, como la venta se hace con factura:

$$P_v = 1,18(VV) \quad \Rightarrow \quad 1\,350 = 1,18\,VV$$

$$VV = \frac{1\,350}{1,18} \approx 1\,144 \quad \Rightarrow \quad VV = P_c + G \quad \Rightarrow \quad 1\,144 = 1\,000 + G$$

$$\boxed{G = S/. 144}$$

Aplicación 08.

Un comerciante vende las dos últimas Motos eléctricas que le quedan en S/. 6 000 cada una. En una ganó el 25% y en la otra perdió el 25% ¿se gana o se pierde y cuanto?

Resolución: De los datos tenemos:

Caso 1: $G = 25\%$ P_{C_1}

$$P_{V_1} = P_{C_1} + \underbrace{G}_{25\%P_{C_1}};$$

$$\rightarrow \underbrace{P_{V_1}}_{6\,000} = 125\%P_{C_1} \rightarrow P_{C_1} = 4\,800$$

Caso 2:

$$P_{V_2} = 6\,000 ; P = 25\% P_{C_2}$$

$$P_{V_2} = P_{C_2} - \underbrace{P}_{25\%P_{C_2}} \rightarrow \underbrace{P_{V_2}}_{6\,000} = 75\% P_{C_2}$$

$$\rightarrow P_{C_2} = 8\,000$$

$$P_{C_t} = 4\,800 + 8\,000 = 12\,800$$

$$P_{V_t} = 6\,000 + 6\,000 = 12\,000$$

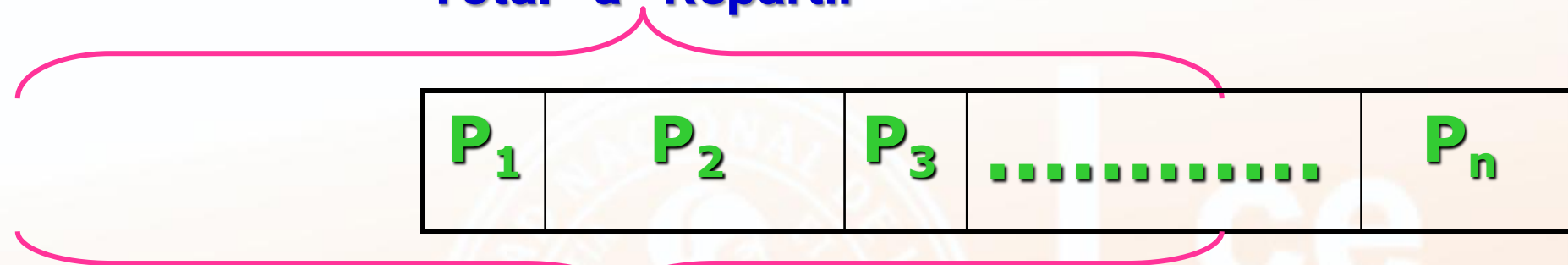
Se pierde S/.800

REPARTO PROPORCIONAL

Es un procedimiento que consiste en repartir una determinada cantidad de manera DP y/o IP a ciertos números llamados índices o coeficientes de reparto.

Idea gráfica:

Total a Repartir



Principio :

$$\Sigma (\text{Partes}) = (\text{Total repartido})$$

Clases de reparto proporcional

- 1. Reparto Simple:** Interviene solo dos magnitudes que pueden ser DP y/o IP.
- 2. Reparto Compuesto:** Intervienen más de dos magnitudes.
- 3. Regla de Compañía:**

Es un caso particular de reparto compuesto cuyo objetivo es repartir las ganancias o pérdidas obtenidas en una empresa.

REPARTO PROPORCIONAL SIMPLE DIRECTO

Este reparto se hace en partes DP a sus respectivos índices o coeficientes de reparto.

Ejemplo: Repartir 580 en tres partes que sean DP a los números 7; 9 y 13.

Resolución:

DP	
Partes	Indíces
P_1	7
P_2	9
P_3	13

Por ser DP se debe cumplir:

$$\frac{P_1}{7} = \frac{P_2}{9} = \frac{P_3}{13}$$

Además :

$$P_1 + P_2 + P_3 = 580$$

Propiedad :

$$\frac{P_1}{7} = \frac{P_2}{9} = \frac{P_3}{13} = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{7 + 9 + 13} = \frac{580}{29} = 20$$

Entonces obtenemos :

$$P_1 = 7 \cdot (20) = 140$$

$$P_2 = 9 \cdot (20) = 180$$

$$P_3 = 13 \cdot (20) = 260$$

OTRA FORMA

Repartir 580 en tres partes que sean DP a los números 7; 9 y 13.

Resolución:

PARTES	DP	INDICES
580 { A	→	7 : 7k
B	→	9 : 9k
C	→	13 : 13k
		29 k

$$K = 20$$

⇒ A=140 ; B=180 ; C=300

REPARTO PROPORCIONAL SIMPLE INVERSO

Este reparto se hace en partes IP a sus respectivos índices.

Ejemplo: Repartir 930 en tres partes que sean IP a los números 2 , 3 y 5.

Resolución:

IP 	
Partes	Números
P_1	2
P_2	3
P_3	5

Por ser IP se cumple:

$$2 \cdot P_1 = 3 \cdot P_2 = 5 \cdot P_3$$

$$\frac{P_1}{15} = \frac{P_2}{10} = \frac{P_3}{6}$$

Además :

$$P_1 + P_2 + P_3 = 930$$

Propiedad :

$$\frac{P_1}{15} = \frac{P_2}{10} = \frac{P_3}{6} = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{15 + 10 + 6} = \frac{930}{31} = 30$$

Obtenemos :

$$P_1 = 15(30) = 450$$

$$P_2 = 10(30) = 300$$

$$P_3 = 6(30) = 180$$

Otra forma:

Repartir 620 en tres partes que sean IP a los números 2 , 3 y 5.

Resolución:

Por propiedad de Magnitudes: $A \text{ IP } B \leftrightarrow A \text{ DP } \frac{1}{B}$

Diagram illustrating the distribution of 930 into three parts (A, B, C) based on indices (2, 3, 5) and their reciprocals (DP).

	PARTES	IP	INDICES	<>	DP	
930 {	A		2	→	$\frac{1}{2} \cdot 30$	: 15k
	B		3	→	$\frac{1}{3} \cdot 30$	: 10k
	C		5	→	$\frac{1}{5} \cdot 30$	: 6k
						<u>31k</u>

$k = 30$

Luego : $A = 450$; $B = 300$; $C = 180$

REPARTO COMPUESTO

Ejemplo: Repartir 3 050 en tres partes que sean DP a los números 2; 3 y 5 e IP a 5; 6 y 8.

Resolución: A DP B
A IP C $\leftrightarrow$ A DP $\frac{B}{C}$

	PARTES	DP	IP	$\langle \rangle$	DP	
3 050	A	2	5	$\rightarrow$	2	$\cdot 40 : 16k$
	B	3	6	$\rightarrow$	3	$\cdot 40 : 20k$
	C	5	8	$\rightarrow$	5	$\cdot 40 : 25k$
					8	$\underline{\hspace{1cm}} 61k$

$k = 50$

$$A = 800 ; B = 1\,000 ; C = 1\,250$$

Aplicación 09.

Dos pastores llevan 5 y 3 panes respectivamente; se encuentran con un cazador hambriento, y comparten con este los 8 panes en partes iguales. Si el cazador pagó S/. 72 por su parte. ¿Cuánto corresponde a cada pastor?

Resolución:

	N° panes		N° partes		c/u come	c/u aporta
Pastor 1	5	$\times 3$	15	—	8	$: 7$
Pastor 2	3	$\times 3$	9	—	8	$: 1$
Cazador	0		0		8	
			<u>24</u>		<u>24</u>	

Comparten los panes en partes iguales
Lo que recibe cada pastor tiene que ser proporcional a lo que le están dando al cazador

$$\rightarrow \text{Pastor}_1 = 7k \quad \wedge \quad \text{Pastor}_2 = 1k$$

Entre los dos pastores reciben S/. 72

$$\text{Pastor}_1 + \text{Pastor}_2 = 72$$

$$8k$$

$$\rightarrow K = 9$$

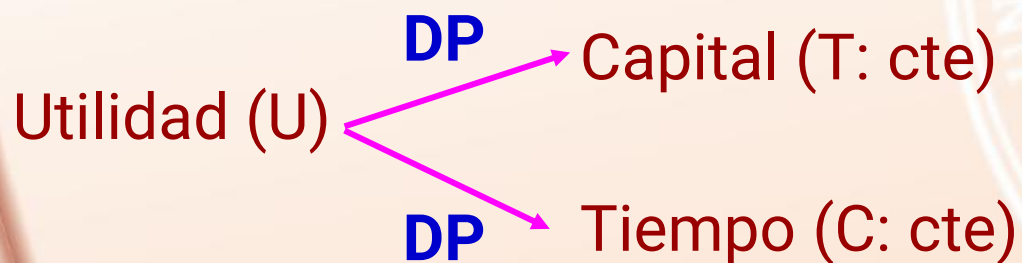
$$\text{Pastor}_1 = 7 \times 9 = 63$$

$$\text{Pastor}_2 = 1 \times 9 = 9$$

REGLA DE COMPAÑÍA

Es un caso particular del reparto proporcional compuesto en la que intervienen los siguientes elementos.

- **Capital(C)** aportado por cada uno de los socios que integran la empresa.
- **Tiempo (T)** durante el cual el socio mantiene su aportación.
- **Utilidad (U)** ganancia o pérdida obtenida por los socios al cabo de cierto tiempo de gestión.



$$\frac{(Utilidad)}{(Capital)(Tiempo)} = Constante$$

Para n socios

$$\frac{U_1}{C_1 \cdot T_1} = \frac{U_2}{C_2 \cdot T_2} = \frac{U_3}{C_3 \cdot T_3} = \dots = \frac{U_n}{C_n \cdot T_n} = K$$

Al retirarse cada socio recibe:
Capital + Utilidad

Aplicación 10.

Pepe inicio un negocio con S/. 3 000 a los 5 meses se asocia con Lucho quien aporta S/.4 000, si el negocio duro un año y se obtuvo una utilidad de S/.7 200. ¿Cuánto gana cada uno?

Resolución:



$$\frac{U_P}{3\ 000 \cdot 12} = \frac{U_L}{4\ 000 \cdot 7}$$

$$\frac{U_P}{9} = \frac{U_L}{7} \Rightarrow \begin{cases} U_P = 9K \\ U_L = 7K \end{cases}$$

Además:

$$U_P + U_L = 9K + 7K = 7200 \Rightarrow K = 450$$

reemplazando: $\begin{cases} U_P = 9(450) = 4\ 050 \\ U_L = 7(450) = 3\ 150 \end{cases}$

También:

DP (C.T)

$$\begin{cases} U_P \rightarrow (3\ 000 \times 12) = 9 \cdot K = 4\ 050 \\ U_L \rightarrow (4\ 000 \times 7) = 7 \cdot K = 3\ 150 \end{cases}$$

$$16 \cdot K = 7\ 200 \rightarrow K = 450$$

Aplicación 11.

Gardelly, Yenny y Robert obtienen S/. 7 400 de utilidad luego de haber trabajado en una empresa que formaron aportando S/. 2 000, S/. 4 500 y S/. 5 000; además permanecieron en el negocio 2, 4 y t años respectivamente. Calcule " t " si se sabe que la diferencia de las ganancias de Gardelly y Yenny es de S/. 2 800.

Resolución:

De los datos se obtiene lo siguiente:

	Capital	Tiempo	Ganancia
Gardelly	2 000	2	G_1
Yenny	4 500	4	G_2
Robert	5 000	T	G_3

Además, se considera la relación.

$$\frac{\text{Ganancia}}{(\text{Capital}) \times (\text{tiempo})} = K$$

Reemplazamos valores

$$\frac{G_1}{2\,000 \times 2} = \frac{G_2}{4\,500 \times 4} = \frac{G_3}{5\,000 \times t}$$

Simplificamos.

$$\frac{G_1}{4} = \frac{G_2}{18} = \frac{G_3}{5t} = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{4 + 18 + 5t}$$

Del dato:

$$G_2 - G_1 = 2\,800 \quad y \quad G_1 + G_2 + G_3 = 7\,400$$

$$\frac{G_2 - G_1}{18 - 4} = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{4 + 18 + 5t}$$

$$\frac{2\,800}{18 - 4} = \frac{7\,400}{4 + 18 + 5t} \quad \Rightarrow \quad \frac{7\,400}{22 + 5t} = 200$$

$$\therefore t = 3$$

PROBLEMAS SEMANA 3 2024-1



PROBLEMAS SEMANA 3 2024-1

61. Un comerciante vende el 20% de cierta mercadería perdiendo el 20% de su costo. Calcule el tanto por ciento del costo que debe ganar en la venta del resto de la mercadería para recuperar su capital.

A) 2

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

Solución:

M: mercadería

P: precio unitario

$$20\%M \times 80\%P = 16\%(MP)$$

$$80\%M \times (100 + x)\%P = 84\%(MP)$$

$$80(100 + x)\% = 84 \rightarrow x = 5$$

62. Lo que gana y gasta diariamente una persona están en la relación de 13 a 8. Si diariamente ahorra S/25, determine en qué porcentaje debería disminuir sus gastos, para que su ahorro diario aumente en 14,4%.

A) 8%

B) 9%

C) 10%

D) 11%

E) 12%

Solución:

G : gana

g : gasta

$$\frac{G}{g} = \frac{13k}{8k} \Rightarrow G - g = 13k - 8k = 5k = 25 \rightarrow k = 5$$

$$5 \times 13 - (40 - x\%40) = 114,4\%25$$

$$65 - 28,6 = 40(1 - x\%)$$

$$0,91 = 1 - x\%$$

$$x = 9$$

63. A una fiesta de promoción asistieron un total de personas comprendidas entre 375 y 425, de las cuales el 60% son varones. Cuando la orquesta ejecutó una canción de Chacalón, todas las mujeres bailaron en pareja con un varón cada una. Si 80 varones se quedaron sin bailar determine el número total de personas.

A) 380

B) 395

C) 400

D) 415

E) 420

Solución: M : mujeres V : varones

$$N = M + V$$

$$\frac{60}{100}N = \frac{3}{5}N = V \rightarrow \frac{2}{5}N = M$$

$$V - M = \frac{3}{5}N - \frac{2}{5}N = \frac{N}{5} = 80 \rightarrow N = 400$$

64. Se ha distribuido cierta cantidad de lapiceros en 3 cajas A, B y C, de modo que el 20% está en la caja A, el 30% está en la caja B y el resto en la caja C. Si se extraen 4 lapiceros de la caja B y se colocan en la caja A, la cantidad de lapiceros de esta última representaría el 40% del total. Calcule cuántos lapiceros hay en la caja C.

A) 2

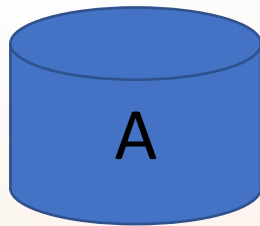
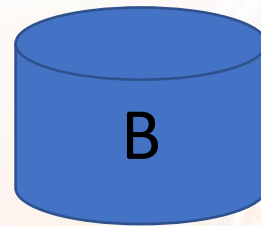
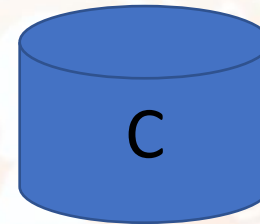
B) 4

C) 6

D) 8

E) 10

Solución:


 $20\%N$

 $30\%N$

 $50\%N$

$$20\%N + 4 = 40\%N$$

$$4 = 20\%N$$

$$20 = N$$

$$\rightarrow 50\%N = 10$$

Problema 65

El sueldo de un empleado está sujeto a un descuento del 12%. Este empleado gasta anualmente los $\frac{5}{6}$ del sueldo que cobra, más S/3 000 y al cabo de tres años ahorró una cantidad que representa el 29% de su sueldo anual. Determine el sueldo, en soles.

A) 48 000

B) 50 000

C) 54 000

D) 60 000

E) 72 000

Resolución

X = sueldo anual del empleado

Sueldo que cobra = ahorro anual + gasto anual

$$88\% \cdot X = \frac{5}{6}(88\% \cdot X) + 3000 + \frac{1}{3}(29\% \cdot X)$$

Resolviendo:

$$X = 60\,000$$

El sueldo es **60 000** soles

Problema 66

Anna y Bruna han comprado dos automóviles iguales en dos tiendas diferentes. Anna recibió una rebaja del 20% y a Bruna le descontaron \$ 3 000, pagando así 5% menos de lo que pagó Anna. Determine el precio del automóvil, en dólares, si en ambas tiendas es el mismo.

A) 10 000

B) 10 400

C) 11 800

D) 12 300

E) 12 500

Resolución

P = precio del automóvil

$$\text{Paga Bruna} = 95\% \cdot \text{Paga Ana}$$

$$P - 3000 = 95\% \cdot (80\% \cdot P)$$

Resolviendo:

$$P = 12\,500$$

Problema 67

El precio de un artículo es S/20 000. Si se rebaja el $x\%$ y luego $2x$ soles, se pagaría por él S/13940. Calcule lo que se pagaría por dicho artículo, si primero se rebaja x^2 soles y luego $2x\%$?

A) 15 000

B) 14 500

C) 12 300

D) 7640

E) 6 500

Resolución

Del enunciado

$$(100 - x)\% \cdot 20000 - 2x = 13940$$

$$x = 30$$

Piden

$$(100 - 2(30))\%(20000 - 30^2) = 7640$$

Problema 68

Julio compra una cantidad de huevos, luego va al mercado y comienza a venderlos. Cuando ha vendido el 40% de los huevos, ganando el 30%, descubre que el 31% de los huevos que compró se han roto. Calcule el porcentaje que deberá aumentar al precio original de los restantes para tener una ganancia del 10% del precio de costo?

A) 50%

B) 80%

C) 100%

D) 120%

E) 150%

Resolución

$C = 100k$ cantidad de huevos que compra Julio

$P =$ precio unitario

Para ganar 10% del precio de costo debemos recaudar 110% del mismo, es decir $110kP$, por lo cual por lo restante debemos recaudar $58 \cdot kP$

Cantidad	Precio	Recauda	
40k	$130\% \cdot P$	$52 \cdot kP$	$29(100 + x)\% \cdot kP = 58 \cdot kP$
29k	$(100 + x)\% \cdot P$	$29(100 + x)\% \cdot kP$	$x = 100$

31k se rompen

Problema 69

Un comerciante compró sacos de arroz y los vendió perdiendo 50% del costo. Con el dinero obtenido compró sacos de azúcar, que luego los vendió ganando el $b\%$ del costo, y con el dinero de esta venta compró frijoles, vendiéndolos y perdiendo el 50% de su costo. Si por último con el dinero que recibe compra nuevamente arroz que lo vende ganando el $b\%$ del costo, calcule el valor de “b” sabiendo que la última ganancia en dinero es igual a la primera pérdida.

A) 45

B) 60

C) 75

D) 80

E) 100

Solución:

$$V_f = 150\%T \left[\frac{100 + b}{100} \right] (50\%)$$

$$\text{ultima ganancia: } \frac{b}{100} (150\%T) \left[\frac{100 + b}{100} \right] (50\%) = 150\%T$$

$$b[100 + b] = 20000$$

$$b = 100$$

Problema 70

Se tiene un artículo con un determinado precio de lista, de tal manera que al venderlo se le hace un descuento. Si el precio de lista, de venta y de costo son entre sí como 12, 10 y 7, calcule la ganancia, si el descuento fue de S/400.

A) 500

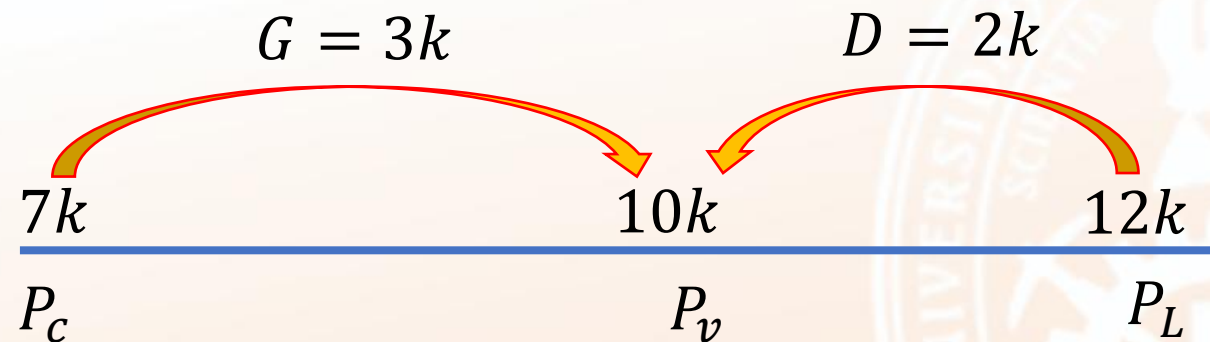
B) 550

C) 600

D) 650

E) 700

Solución:



$$2k = 400$$

$$k = 200$$

$$G = 3(200) = 600$$

Problema 71

El precio de lista de un artículo es el doble del precio de costo. Si se vendió haciendo una rebaja del 10%, determine el precio de venta, si la ganancia fue de S/400.

A) 900

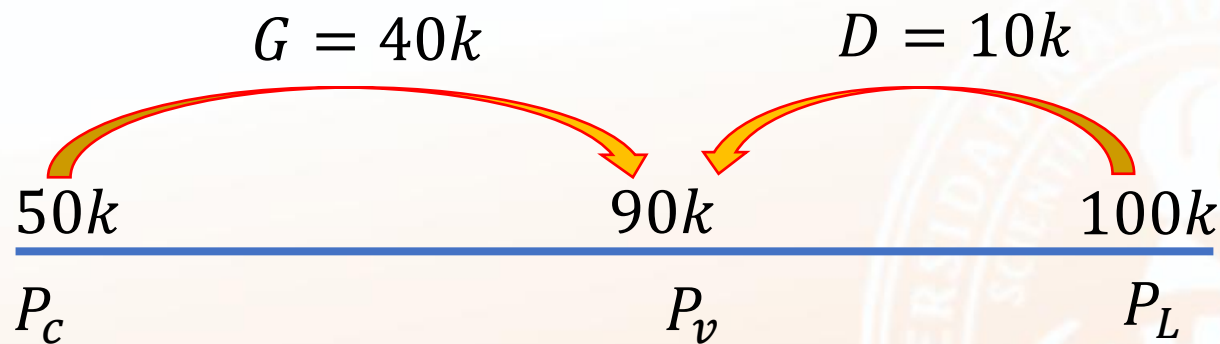
B) 1 000

C) 1 100

D) 1 200

E) 1 300

Solución:



$$40k = 400$$

$$k = 10$$

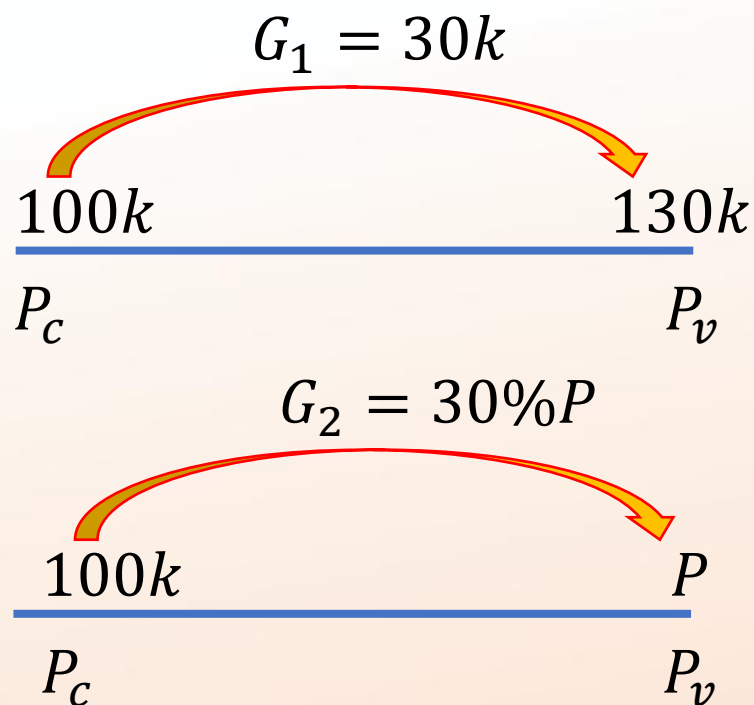
$$P_v = 90(10) = 900$$

Problema 72

Un comerciante pensaba vender una computadora ganando el 30% del costo, sin embargo, se vendió ganando el 30% del precio de venta, ganándose por ello S/360 más. Determine el costo de dicha computadora.

- A) 2 500 **B) 2 800** C) 3 000 D) 3 100 E) 3 200

Solución:



$$100k + 30\%P = P$$

$$P = \frac{1000}{7}k$$

$$\rightarrow G_2 = \frac{3}{100} \cdot \frac{1000}{7}k = \frac{300}{7}k$$

$$\frac{300}{7}k - 30k = 360$$

$$\rightarrow k = 28$$

$$P_c = 100(28) = 2800$$

Problema 73

David compra pañales al por mayor, obteniendo por cada uno un precio 10% menor del costo por unidad, el cual es p soles, recibiendo además 5 pañales de regalo. Si logra vender todos a 10% más que p soles c/u , determine la cantidad de pañales que compró, sabiendo que su ganancia total fue S/ $65,5p$.

Resolución

A) 100 B) 200 **C) 300** D) 400 E) 500

costo por unidad: **$0,9p$**

venta por unidad: **$1,1p$**

pañales: x

$$(x + 5)(1,1p) - x(0,9p) = 65,5p$$

$$0,2x + 5,5 = 65,5$$

$$x = 300$$

Rpta. C

Problema 74

Un comerciante compra un artículo en S/ 400, luego le suma una ganancia que es igual al 20% del valor de venta y vende dicho artículo con factura, incluido el IGV. Si los gastos que originan dicha venta representan el 25% de la ganancia neta Calcule el porcentaje del precio de venta que representa la ganancia neta obtenida.

Resolución

- A) 12,85 **B) 13,55** C) 13,85 D) 14 E) 14,25

$$80\%VV = 400$$

$$VV = 500$$

$$GB = 100 \left\{ \begin{array}{l} \text{gastos} = x = 20 \\ \text{g. neta} = 4x = 80 \end{array} \right.$$

$$PV = 118\%(500)$$

$$PV = 590$$

13,55%

Rpta. B

Problema 75

Un comerciante compra una computadora y luego de sumarle al precio de compra un 80%, que incluye su ganancia y los gastos ocasionados en la venta, la vende con factura a un cliente por S/ 5140,08, incluido el impuesto general a las ventas que es del 18%. Calcule la ganancia neta del comerciante en soles, si los gastos fueron del 10% del precio de compra de la computadora.

Resolución

A) 1580 B) 680 C) 1694 D) 1720 E) 1760

$$118\%(VV) = PV$$

$$118\%(VV) = 5140$$

$$VV = 4356$$

$$180\%PC = 4356$$

$$PC = 2420$$

$$GB = VV - PC$$

$$GB = 1936$$

$$\text{Gastos} = 242$$

$$GN = GB - \text{Gastos}$$

$$GN = 1694$$

Rpta. C

Problema 76

Repartir 2 002 en partes DP a 3^{-40} , 3^{-42} y 3^{-41} . Dé la menor parte

A) 165

B) 154

C) 187

D) 242

E) 297

Solución:

$$\frac{A}{3^{-40} \cdot 3^{42}} = \frac{B}{3^{-42} \cdot 3^{42}} = \frac{C}{3^{-41} \cdot 3^{42}}$$

$$\frac{A}{9} = \frac{B}{1} = \frac{C}{3} = \frac{A + B + C}{13} = \frac{2002}{13} = 154$$

$$\therefore B = 154$$

Problema 77

Una cantidad se reparte inversamente proporcional a $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{N}$, siendo la parte de $\frac{1}{N}$ igual a $\frac{1}{3}$ del total. Determine el valor de N .

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

Solución:

$$\text{Total} = 3E$$

$$A \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = B \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = C \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{2} = D \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = E \times \frac{1}{N} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{A}{5} = \frac{B}{8} = \frac{C}{9} = \frac{D}{10} = \frac{E}{2N} = \frac{3E}{32 + 2N}$$

$$\therefore N = 8$$

Problema 78

Se ha repartido cierta cantidad entre tres personas en partes proporcionales a los números 3, 4 y 5. Sabiendo que la tercera ha recibido 600 dólares más que la primera, determine la cantidad de dólares que se repartió.

A) 9600

B) 3600

C) 4000

D) 7200

E) 6400

Solución:

Partes: $3k$; $4k$; $5k$

$$\text{Por dato} \quad 5k - 3k = 600$$

$$\rightarrow k = 300$$

$$\therefore \text{Total} = 12k = 12(300) = 3600$$

Problema 79

Un padre reparte su fortuna a sus tres hijos en razón inversa a las raíces cuadradas de sus edades que son 5 años, 1 mes y 20 días, 7 años ,4 meses y 24 días, además de 20 años, 6 meses y 20 días. Si el mayor recibió 6000, calcule lo que recibió el segundo. (1 año comercial = 360 días)

A) 3000

B) 3200

C) 3600

D) 10000

E) 12000

Resolución

Del enunciado:

$$5A+1M+20D = 5.360+1.30+20 = 1850D$$

$$7A+4M+24D = 7.360+4.30+24 = 2664D$$

$$20A+6M+20D = 20.360+6.30+20=7400D$$

Luego:

$$F_1 \cdot \sqrt{1850} = F_2 \cdot \sqrt{2664} = F_3 \cdot \sqrt{7400}$$

El mayor recibió 6000 $\rightarrow F_3 = 6000$

Cálculo del segundo (F_2):

$$F_2 \cdot \sqrt{2664} = 6000 \cdot \sqrt{7400}$$

$$F_2 \cdot \sqrt{74 \cdot 36} = 6000 \cdot \sqrt{74 \cdot 100}$$

$$F_2 \cdot 6 = 6000 \cdot 10 \rightarrow F_2 = 10000$$

Problema 80

Tres obreros se reparten una gratificación en partes DP a sus años de servicios que son 7, 9 y 14 años respectivamente. No pareciéndoles justo el reparto, después de efectuado, acuerdan que fueran por partes iguales y para esto entrega el tercero 1600 al segundo y éste una cierta cantidad al primero. Calcule el importe de la gratificación.

A) 12000

B) 10800

C) 11000

D) 21000

E) 15000

Resolución

Del enunciado:

Primer reparto:

$$\frac{G_1}{7} = \frac{G_2}{9} = \frac{G_3}{14} = k \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} G_1 &= 7k \\ G_2 &= 9k \\ G_3 &= 14K \end{aligned}$$

Para sea en partes iguales:

$$14k - 1600 = 9k + 1600 - x = 7k + x$$

**

*

De *: $x = 800 + k$

De **: $K = 400$

Importe de la gratificación: $30K = 12000$

Problema 81

Un tío antes de morir repartió su fortuna entre sus tres sobrinos en partes que son entre sí como 7, 6 y 5. Por un segundo testamento, cambia su disposición y el reparto lo hace proporcionalmente a los números 4, 3 y 2 por lo que uno de los sobrinos recibe S/12000 más. Determine el valor de la fortuna, en soles.

A) 218 000 B) 236 000 C) 324 000 D) 216 000 E) 220 000

Resolución

Primer reparto:

$$\frac{P_1}{7} = \frac{P_2}{6} = \frac{P_3}{5} = k$$

Segundo reparto:

$$\frac{P'_1}{4} = \frac{P'_2}{3} = \frac{P'_3}{2} = n$$

Del 1er y 2do reparto:

$$n = 2k$$

→ El que recibe 12000 mas es el primero:

$$8k - 7K = 12000 \quad \rightarrow \quad K = 12000$$

$$\text{Fortuna total: } 18 \cdot 12000 = 216000$$

PROBLEMA 82

Una cantidad N de soles se reparte DP a las edades de tres personas A, B y C correspondiéndole a A S/ 359 000 y a B S/ 718 200. Si los N soles se reparten entre A y B IP a sus edades, entonces B recibe S/ 837 900. Si la suma de edades es $a + b + c = 49$. Calcule el valor de $a^2 + b^2 + c^2$.

- A) 490 B) 539 C) 784 D) 980 E) 1 029

Resolución:

$$N = \begin{cases} \text{edades} \\ \text{DP} \\ a \cdot k = 359\,100 \\ b \cdot k = 718\,200 \\ c \cdot k = 1\,436\,400 \end{cases}$$



$$\frac{ak}{bk} = \frac{359\,100}{718\,200} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

N se reparte IP entre A y B, B recibe 837 900

Luego A recibe 1 675 800 $\rightarrow N = 2\,513\,700$

Las edades a , b y c son proporcionales 1, 2 y 4; luego:

$$a = 7, b = 14 \text{ y } c = 28$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1\,029$$

PROBLEMA 83

Después de tres años de estar constituida una empresa se liquidaron las ganancias obtenidas que ascendieron a S/ 284 700. La sociedad empezó con dos socios que impusieron S/ 85 000 y S/ 94 000 respectivamente; 1 año y 3 meses después admitió a un tercer socio que impuso S/ 128 000 y 5 meses después de este ingreso un cuarto socio que contribuyó con S/ 141 000. Determine la ganancia del primero, en soles.

- A) 76 400 B) 76 500 C) 76 600 D) 76 700 E) 76 800

Resolución:

Sean G_1, G_2, G_3 y G_4 las ganancias de los socios, tal que:

$$\frac{G_1}{85000 \times 36} = \frac{G_2}{94000 \times 36} = \frac{G_3}{128000 \times 21} = \frac{G_4}{141000 \times 16}$$

Reduciendo:

$$\frac{G_1}{255} = \frac{G_2}{282} = \frac{G_3}{224} = \frac{G_4}{188} = \frac{G_1 + G_2 + G_3 + G_4}{949} = \frac{284700}{949} = 300$$

luego:

$$G_1 = 255 \times 300$$

$$G_1 = 76\,500$$

PROBLEMA 84

Dos socios forman una empresa. El primero de ellos al cabo de 5 meses retiró S/ 1 000, el segundo al cabo de 6 meses retiró S/ 2 000 y después de 4 meses más retiró S/ 1 000 más. Si el negocio duró 1 año, habiendo quebrado con una pérdida de S/ 222, calcule cuánto perdió cada socio, si empezaron aportando S/ 4000 y S/ 7000. Dar como respuesta la diferencia.

- A) S/ 42 B) S/ 45 C) S/ 52 D) S/ 58 E) S/ 60

Resolución:

Sean P_1 y P_2 las pérdidas de los socios, tal que:

$$\frac{P_1}{4000 \times 5 + 3000 \times 7} = \frac{P_2}{7000 \times 6 + 5000 \times 4 + 4000 \times 2}$$

Reduciendo:

$$\frac{P_1}{41} = \frac{P_2}{70} = \frac{P_1 + P_2}{111} = \frac{222}{111} = 2$$

luego:

$$P_1 = 82 \quad \text{y} \quad P_2 = 140$$

Diferencia de pérdidas = 58

Problema 85

Jorge y María forman una empresa con S/ 500 y S/ 300 respectivamente, al cabo de 2 meses Jorge decide aumentar S/200 su capital y 3 meses más decide retirar S/100. Si el negocio duró 9 meses, al cabo de los cuales se repartió una ganancia de S/8 200. Si la ganancia que obtuvo María lo repartió entre 3 de sus hijos en forma DP a sus edades que son 5, 7 y 15 años, ¿cuánto le toca al hijo mayor?

A) 300

B) 900

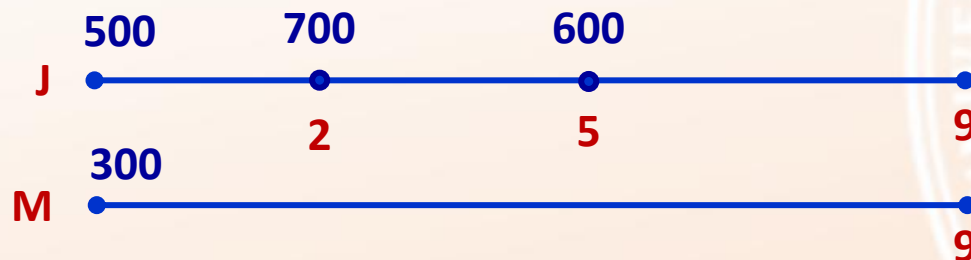
C) 1 200

D) 1 500

E) 600

Resolución

Del enunciado:



$$(500 \cdot 2 + 700 \cdot 3 + 600 \cdot 4)k + (300 \cdot 9)k = 8200$$

Resolviendo: $k=1$

La ganancia de María es: S/ 2700

A los hijos de María les corresponde:
500, 700 y 1500 soles

∴ Al mayor le corresponde **1500** soles

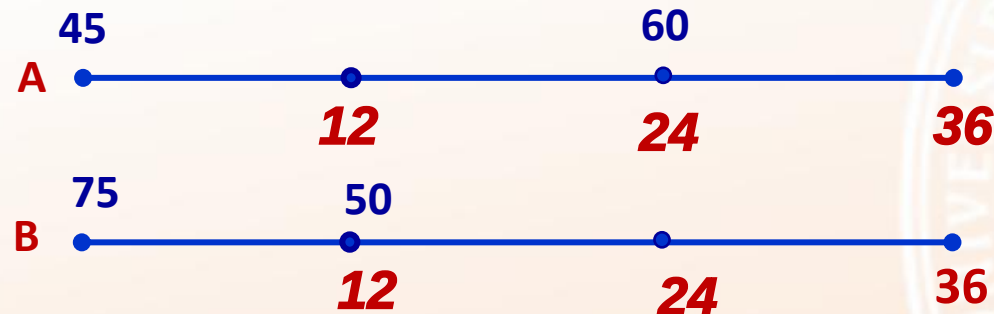
Problema 86

Ana y Bruna constituyen un negocio que dura 3 años. Ana Impone S/ 45000 y Bruna impone S/ 75000. Al año Bruna retira S/ 25000 y 1 año después Ana aumenta su capital en S/15000. Si al liquidar el negocio se obtiene una ganancia de S/ 91000, determine lo que le corresponde a Ana.

- A) 40 000 B) 42 000 C) 45 000 D) 46 000 E) 51 000

Resolución

Del enunciado:



$$(45 \cdot 24 + 60 \cdot 12)k + (75 \cdot 12 + 50 \cdot 24)k = 91$$

$$1800k + 2100k = 91 \Rightarrow k = 7/300 \quad \therefore \text{A Ana le corresponde } 42\,000 \text{ soles}$$

Problema 87

Un grupo de amigos forman una empresa y al cabo de cierto tiempo se reparten S/635000 de utilidades. Sabiendo que cada socio aportó el doble que el anterior y que el primer socio recibió en total S/7000, siendo su utilidad 2,5 veces su capital. Calcule el número de socios.

A) 6

B) 7

C) 8

D) 9

E) 10

Resolución

Sea C el capital aportado por el 1° socio

Dato: $C + 2,5C = 7\,000 \Rightarrow C = 2\,000 \Rightarrow$ La utilidad del 1° socio es 5 000

Es evidente que, si cada socio aportó el doble del anterior, entonces sus utilidades correspondientes serán el doble del anterior.

Esto es: 5, 10, 20, 40, 80, 160, 320 (en miles de soles)

∴ El número de socios es 7

89. Carlos empieza un negocio aportando 20000 soles de capital, 4 meses después acepta como socio a César quien aportó 15 000 soles de capital y 6 meses después Carlos retira 8 000 soles de su capital y aceptan a Luis como socio con 18 000 soles de capital. Si a los dos años de iniciado el negocio se liquida éste, encontrándose al final un capital total de 28 900 soles. Determine la parte de este capital que se le debe dar a César.

A) 6 850

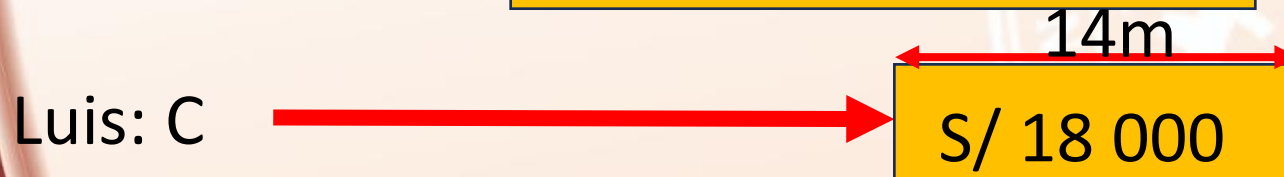
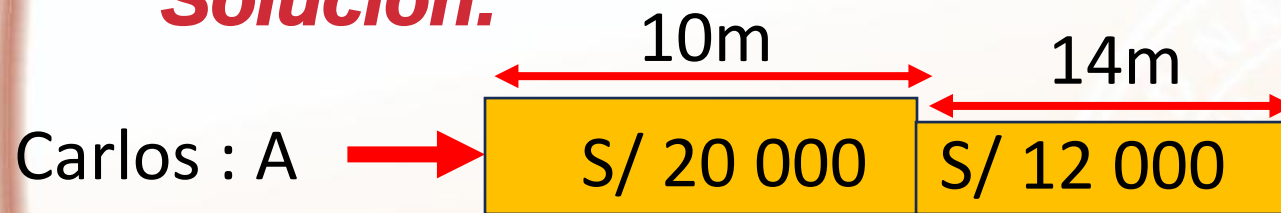
B) 7 500

C) 8 650

D) 9 750

E) 12 000

Solución:



$$\frac{A}{92} = \frac{B}{75} = \frac{C}{63} = \frac{16100}{230}$$

$$P = 45000 - 28900 = 16100$$

$$\frac{B}{75} = 70, B = -5250$$

$$M = 15000 - 5250 = 9750$$

$$\frac{A}{20 \times 10 + 12 \times 14} = \frac{B}{15 \times 20} = \frac{C}{18 \times 14}$$

CLAVE D

90. Américo inicia un negocio con 10000 dólares. A los dos meses se asocia con Belcebú, el cual aporta 20000 dólares. El primero hace la labor de gerente y cobrará el 10% de las utilidades antes de cualquier reparto. Se reparten las utilidades al año. Calcule la ganancia obtenida por el segundo socio, si se sabe que la utilidad neta que se obtuvo es 80000 dólares.

A) 35000

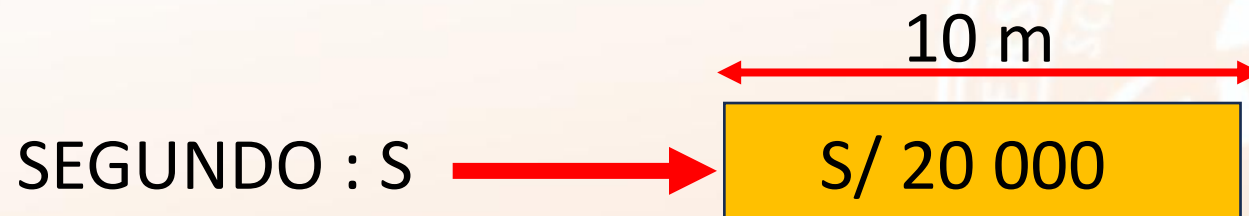
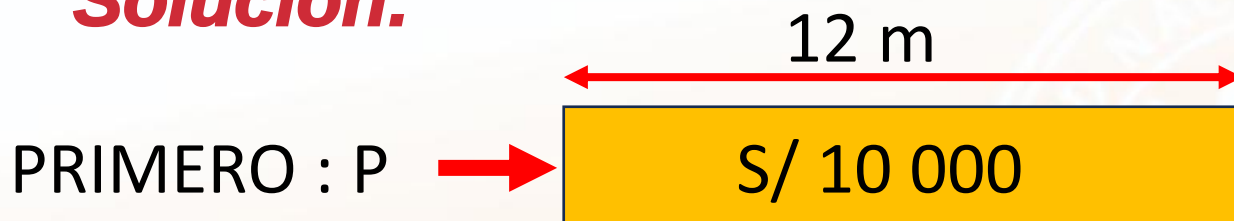
B) 40000

C) 45000

D) 65000

E) 70000

Solución:



$$\frac{P}{3} = \frac{S}{5} = \frac{80\,000 \times 90\%}{3 + 5}$$

$$\frac{S}{5} = \frac{72\,000}{8} = 9\,000$$

$$S = 45\,000$$

$$\frac{P}{(10\,000)(12)} = \frac{S}{(20\,000)(10)}$$

CLAVE C